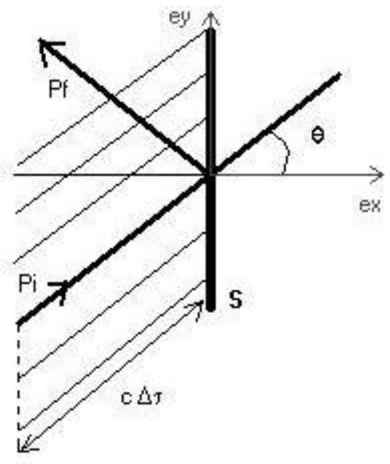
Calcul de la force due à la pression solaire

Soit une voile de surface S de coefficient de réflexion R, frappée par des photons d'énergie hν de quantité de mouvement $P = \frac{h\nu}{c}$ et de densité d.

θ l'angle entre la normale à la voile et les rayons

1) Origine de la force



Théorème de la quantité de mouvement :

$$\frac{d\vec{p}}{dt}(voile) = \vec{F}(photon \rightarrow voile)$$

Donc d'après le théorème des actions réciproques :

$$\frac{d\vec{p}}{dt}(photons) = -\vec{F}(photon \rightarrow voile)$$

C'est-à-dire $\vec{F} = -\frac{d\vec{p}}{dt}$ donc chaque photon qui frappe la voile lui fournit sa quantité de mouvement.

On a alors $\underset{t+\Delta\tau}{d\vec{p}} = -\vec{F}.dt$

D'où l'expression moyenne de la force $< \vec{F} >= \frac{1}{\Delta\tau}\int_{t}^{t+\Delta\tau} \vec{F}.dt$

$$< \vec{F} >= -\frac{1}{\Delta\tau}\int_{t}^{t+\Delta\tau} d\vec{p}$$

Calculons maintenant Δp : $-\Delta\vec{p} = \vec{p}_i - \vec{p}_f$

D'après les lois de Descartes sur la réflexion on a $\vec{p}_i = P.\vec{u}_r = P\cos(\theta)\,\vec{e}_x + P\sin(\theta)\,\vec{e}_y$

$$\vec{p}_f = R.P.\vec{u}_{r'} = -RPcos(\theta)\vec{e}_x + RPsin(\theta)\vec{e}_y$$

$$-\Delta\vec{p} = (1+R)Pcos(\theta)\vec{e}_x + (1-R)Psin(\theta)\vec{e}_y$$

Finalement : $-\Delta\vec{p} = P\big(\cos(\theta)\,\vec{e}_x + \sin(\theta)\,\vec{e}_y\big) - RP(-\cos(\theta)\,\vec{e}_x + \sin(\theta)\,\vec{e}_y)$

On pose alors $-\Delta\vec{p} = P.\vec{A}$

Et on a $d\vec{p} = dN\Delta\vec{p}$ et $\vec{F} = -\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dN}{dt}\Delta\vec{p}$

Sur l'intervalle de temps dt, les photons parcourent une distance c.dt donc les protons susceptibles de heurter la paroi sont inclus dans le volume représenté ci-dessus. Le volume utile est $c.dt.S.\cos(\theta)$. Puisque d représente le nombre de phtons par unité de volume, il y a $\cos(\theta).d.c.dt.S$ photons dans cette surface, qui ont tous la bonne direction.

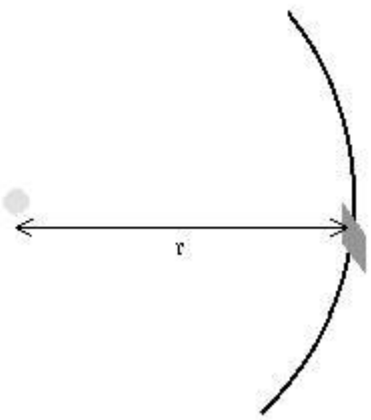
On a donc $\Delta N = d.c.\Delta t.\cos(\theta).S$

Ce qui donne $<\vec{F}>= P.c.d.S.\cos(\theta).\vec{A}$

$$\boxed{<\vec{F}>= h.\nu.c.d.S.\cos(\theta)}$$

2) Puissance reçue par la voile

Soit P_S la puissance surfacique délivrée par le soleil



$$P_S = \frac{P_{soleil}}{4\pi r^2}$$

Mais aussi P_S= (Nombre de photons qui traversent une unité de surface par seconde)*Energie d'un photon

L'énergie d'un photon est $h\nu$

Le nombre de photons qui traversent une unité de surface par seconde est $d.c$

On a donc $P_S = d.c.h.\nu$

C'est-à-dire $d.h.\nu = \frac{P_S}{c}$

Ou encore $d.h.\nu = \frac{P_{soleil}}{4\pi r^2 c}$

Et Finalement $<\vec{F}>= \frac{P_{soleil}}{4\pi r^2 c}.S.\cos(\theta).\vec{A}$

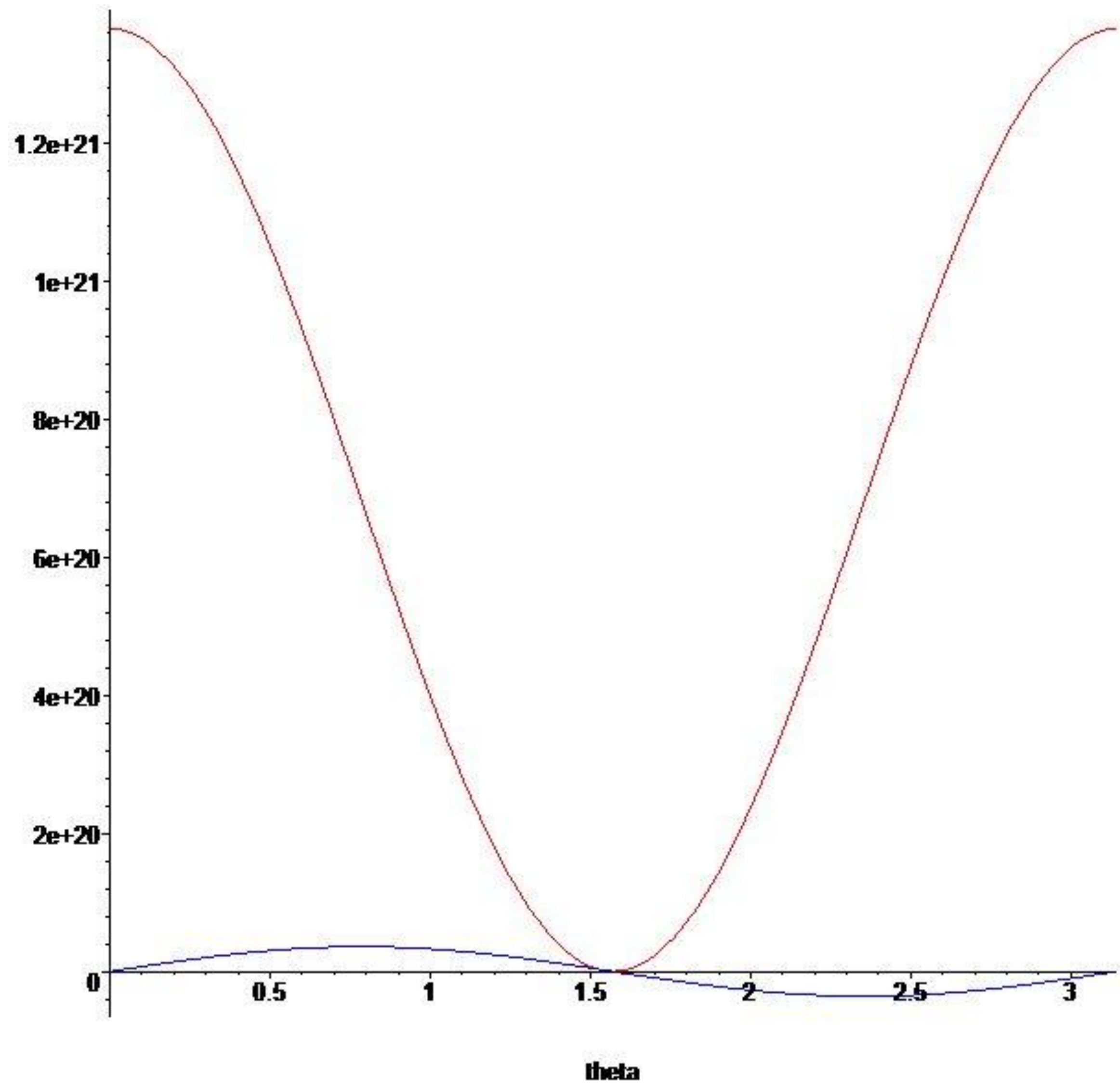
L'expression de la force subie par la voile est :

$$\boxed{<\vec{F}>= (1+R).\frac{P_{soleil}}{4\pi r^2 c}.S.\cos^2(\theta).\vec{e}_x + (1-R).\frac{P_{soleil}}{4\pi r^2 c}.S.\cos(\theta).\sin(\theta).\vec{e}_y}$$

Une approximation faite dans ce calcul est que l'angle de ré émission du photon est le même que celui d'impact, en réalité le renvoie est fait de façon isotrope.

3) Approximation de la force

Une représentation de chacun des termes de la force sur maple nous donne :



Avec R=0.9 et à même distance. En rouge la composante sur $\vec{e}_x$ et en bleu la composante sur $\vec{e}_y$

Les forces étant déjà très faibles on peut négliger la composante sur $\vec{e}_y$

L'expression de la force devient donc :

$$\boxed{< \vec{F} >= (1+R).\frac{P_{soleil}}{4\pi r^2 c}.S.\cos^2(\theta).\vec{e}_y}$$

4) Intensité de la Force de Pression

A) Comparaison avec la force de gravitation

Prenons un voilier solaire d'une masse de m=200 kg, d'une surface S=6400 m^2 et d'un coefficient de réflexion R=1, que l'on place face au soleil (cos(θ)=1) et à une distance quelconque. Le vaisseau n'est soumis qu'à la force attractive du soleil $\vec{G}$ et la pression solaire $\vec{F}$. Les deux forces étant proportionnelles à l'inverse du carré de la distance, le rapport des deux est indépendant de la distance au soleil.

On a $$\frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{G}\|} = \frac{P_{soleil}.S}{2\pi cGMm}$$

On prend : - $P_{soleil} = 4{,}23 * 10^{26} W$

- $c = 3.00 * 10^8 m.s^{-1}$
- $G = 6.67 * 10^{-11} SI$
- $M = 1.99 * 10^{30}\ kg$

Ce qui nous donne $\frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{G}\|} = 54{,}1 * 10^{-3}$

En prenant cette fois la force de gravitation de la Terre, on suppose que la voile solaire est à une distance de $42250 * 10^3$ m du centre de la Terre, et que la voile solaire est à une distance de $1{,}5 * 10^{11}$ m du soleil

On a $\frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{G}\|} = \frac{P_{soleil}.S.r^2{}_{terre}}{2\pi cGMmr^2{}_{soleil}} = 1{,}4 * 10^{-3}$

L'intensité de la force due à la pression solaire est donc très faible par rapport à l'attraction du soleil et de la Terre, c'est pourquoi elle a très peu été utilisée par les vaisseaux spatiaux. Néanmoins, le soleil fournit une force quasiment constante (à l'exception des cônes d'ombre) à ce vaisseau, c'est ce qui rend les voiliers solaires intéressants pour les vols interplanétaires.

Même si la force fournie est faible, l'accélération du voilier est continuellement entretenue ce qui permet d'atteindre des vitesses de l'ordre de 50 km/s, des vitesses qui permettent de ramener la durée des vols interplanétaires à l'échelle humaine.

B) Influence du vent solaire

Le vent solaire est un flux de plasma constitué d'ions et d'électrons. Le soleil perd environ 109 kg de matière par seconde sous forme de vent solaire. La vitesse moyenne du vent solaire est de 450km/s.

Au niveau de la Terre, la densité de particule est de quelques dizaines de particules par cm3. La vitesse des particules ainsi que la densité peuvent varier en fonction de l'activité solaire, notamment lors des éruptions solaires.

Les caractéristiques du vent solaire au niveau de la Terre sont :

- vitesse des particules : environ $500\ km.s^{-1}$ c'est-à-dire v=5*$10^5\ m.s^{-1}$
- densité : environ 10 particules par cm^3, soit par mètre cube : d=10^7 particules.m^{-3}
- en une seconde sur un m^2 il arrive donc $N = d.v = 5.10^{12}\ particules.s^{-1}.m^{-2}$
- une masse moyenne d'environ $m = 2.10^{-27}\ kg$
- Chaque particule, dans les conditions idéales transmettra une impulsion $p = 2.m.v = 2.10^{-21}\ kg.m.s^{-1}$

Ainsi $F_{vent} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{Np}{\Delta t} = d.v^2.dS.2.m$ donc $\frac{F_{vent}}{dS} = 2.d.v^2.m = 10^{-8}\ N.m^{-2}$

Et $\frac{F_{radiation}}{ds} = 2 * \frac{P_{soleil}}{4\pi r^2 c} = 10^{-5}\ N.m^{-2}$ au voisinage de la Terre en prenant $R = 1$ et $\cos(\theta) = 1$

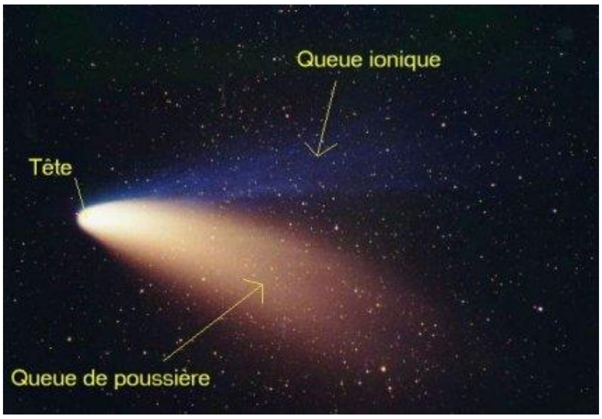
On a donc $\frac{F_{vent}}{F_{radiation}} = 10^{-3}$

Ceci est encore une estimation haute, si on tient du compte de la proportion d'électrons (la moitié du flux), plus la faible réflexion des ions, qui vont plutôt s'incruster dans la voile, on pourrait au moins diviser par 4 cet ordre de grandeur.

Le vent solaire n'a donc que très peu d'importance et on peut le négliger par rapport à la pression de radiation.

5) Quelques applications à la pression de radiation

A) Orientation de la queue des comètes



Les comètes sont des corps de quelques centaines de km de diamètre composées à ¾ de glace et de poussières, en orbite plate autour du soleil. A l'approche de celui-ci, les glaces à la surface du noyau se vaporisent, entrainant avec des particules de poussière, le tout formant ce que l'on appelle la chevelure de la comète, à l'origine de la formation des différentes sortes de queue d'une comète.

- La queue de plasma : elle est droite et dirigée à l'opposé du soleil. Sa couleur bleuâtre est due à la fluorescence des ions CO^+ (100 millions de km)
- La queue de poussière : elle est formée de particules de poussière éjectées lorsque le noyau se sublime. Elle est orientée à l'opposé du soleil mais possède une certaine courbure (10 millions de km).
- La queue d'hydrogène invisible a l'œil nu.

L'orientation de la queue de poussière s'explique par la pression de radiation. En effet les particules de poussière étant très légères (très fines), la pression de radiation l'emporte sur la force d'interaction gravitationnelle exercée par le soleil.

La courbure est due au fait que la poussière est entraînée dans toutes les directions jusqu'à plusieurs km avant d'être entrainée par la pression de radiation.

B) Refroidissement d'atomes par laser

Le refroidissement d'atomes par laser est aujourd'hui une technique qui permet de refroidir un gaz atomique jusqu'à des températures de l'ordre de quelques mK voir μK. Il est à la base d'application telle l'horloge atomique.

Selon le modèle des gaz parfaits, une description de la répartition des vitesses des atomes par la statistique Maxwell-Boltzmann permet d'obtenir le résultat suivant $3k_bT = mu^2$ avec m la masse d'un atome et u la vitesse quadratique. Ainsi le refroidissement consiste en une diminution de la vitesse quadratique des gaz.

Il suffit ainsi d'exercée sur l'atome une force de type frottement visqueux (qui s'oppose à la vitesse $\vec{v}$ de l'atome) de la forme $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$. On aura alors par application du principe fondamentale de la dynamique (en négligeant le poids) $m\vec{a} = \vec{f}$ c'est à dire $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\alpha}{m}\vec{v} = \vec{0}$ donc $\vec{v}(t) = \overrightarrow{v0}.e^{-\frac{\alpha t}{m}}$

Cette expression laisse pensée qu'il n'y a pas de limite à la diminution de la vitesse, mais en réalité il existe un seuil.

Lors du choc avec un atome, celui-ci recule dans le sens de propagation de l'onde incidente. La conservation de la quantité de mouvement donne $m\Delta\vec{v} = \frac{h\nu}{c}$ L'atome se désexcite ensuite par émission spontanée. Il recule à nouveau, avec $m\Delta\vec{v} = \frac{h\nu}{c}$

Mais cette fois dans une direction aléatoire. Pour mesurer l'importance de ce phénomène, on introduit une vitesse caractéristique, dite vitesse de recul. Elle représente la vitesse qu'acquiert un atome initialement au repos par absorption ou émission d'un photon, soit $v_r = \frac{h\nu}{mc}$. La vitesse de recul est de 6mm.s^{-1} pour un atome de Rubidium par exemple.

Lorsqu'on soumet un atome à un rayonnement laser incident résonant, l'atome absorbe un photon, donc recule dans le sens de propagation de l'onde. Puis il se désexcite, reculant encore de v_r, mais dans une direction aléatoire. L'atome étant toujours soumis au rayonnement incident, il va ainsi sans cesse absorber puis émettre des photons. Ceci permet d'arrêter des atomes ayant une vitesse initiale de quelques centaines de mètres par seconde en quelques millisecondes, sur quelques mètres, et rend les manipulations d'atomes lents en laboratoire possibles.