

# Les voiliers solaires



## ***Introduction***

**Cosmos 1 est la première voile solaire lancée dans l'espace.** Ce projet est l'initiative de The Planetary Society. Le lancement a eu lieu le **21 juin 2005**, mais suite à une défaillance de son lanceur, Cosmos 1 n'a pu atteindre son orbite de travail.

Ce **21 mai 2010**, l'agence spatiale japonaise JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency) vient de lancer avec succès le « **Solar Power Sail** » **IKAROS**, premier voilier solaire à naviguer dans l'espace. La voile a été déployée avec succès, début juin.

## I. Modélisation du Soleil

1. Lois du corps noir
2. Flux solaire

## II. Force s'exerçant sur la voile

1. Mise en évidence de la pression photonique
2. Force de pression photonique

## III. Sortir de l'attraction terrestre

1. Pression photonique seule
2. Comparaisons entre un voilier solaire et une sonde « classique »

## IV. Partir à l'infini

1. Dimensionnement surface/masse du voilier
2. Comparaisons entre un voilier solaire et une sonde « classique »

## I. Modélisation du soleil

### I.1. Lois du corps noir

Le soleil peut être modélisé comme un corps noir de température en surface de 5800 K. Il suit donc les trois lois du corps noir :

#### 1ère loi du corps noir : la loi de PLANCK (1900)

Elle exprime la puissance rayonnée par unité de surface de la source pour chaque longueur d'onde.

$$M_{\lambda} = 2 \cdot \Pi \cdot h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5} \frac{1}{e^{hc / \lambda \cdot k \cdot T} - 1}$$

h, constante de Planck :  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  J.s

k, constante de Boltzmann :  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J.K<sup>-1</sup>

$\lambda$ , longueur d'onde en m

#### 2ème loi du corps noir : la loi de STEFAN

Elle s'obtient par intégration de la loi de Planck. Le flux surfacique rayonné s'exprime en fonction de la température par la relation suivante :

$$\varphi_s = \sigma \cdot T^4$$

$\sigma$ , constante de Stefan :  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$  W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-4</sup>

#### 3ème loi du corps noir : la loi du déplacement de Wien

La loi de Wien dérive de la loi de Planck. La loi de Wien décrit la relation liant la longueur d'onde  $\lambda_{\max}$ , correspondant au pic d'émission lumineuse du corps noir, et la température T.

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$$

### I. 2. Flux solaire

Le Soleil étant modélisé par un corps noir, il suit donc la loi de Stefan. Le flux surfacique dû au Soleil au niveau de la sonde est donc :

$$\Phi_{sol} = \frac{4\pi R_s^2 \cdot \sigma T_s^4}{4\pi D^2}$$

$R_s$ , rayon du Soleil,  $R_s = 7 \cdot 10^8$  m

$$\Phi_{sol} = \frac{R_s^2 \cdot \sigma T_s^4}{D_0^2} \left( \frac{D_0^2}{D^2} \right)$$

$T_s$ , température du Soleil,  $T_s = 5800$  K

$$\Phi_{sol} = \Phi_0 \left( \frac{D_0^2}{D^2} \right)$$

$\sigma$ ,  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$  W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-4</sup>

$D_0$ , distance Terre-Soleil,  $D_0 = 149,5 \cdot 10^9$  m

D, distance Soleil-sonde

L'application numérique fournit  $\Phi_0 = 1406 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , qui est la constante solaire.

On trouve une valeur proche de celle généralement retenue, à savoir la moyenne annuelle qui est de **1368 W.m<sup>-2</sup>**.

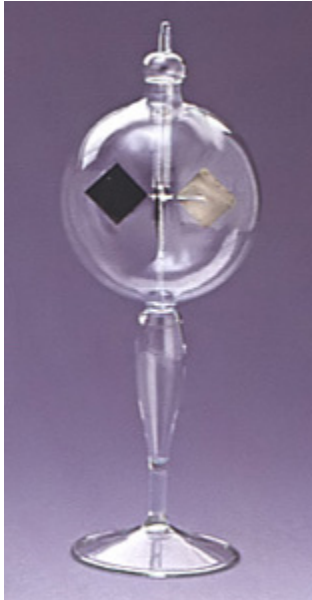
## II. Force s'exerçant sur la voile

### II.1. Mise en évidence de la pression photonique

Problématique : comment mettre en évidence l'existence de la force de pression photonique ?

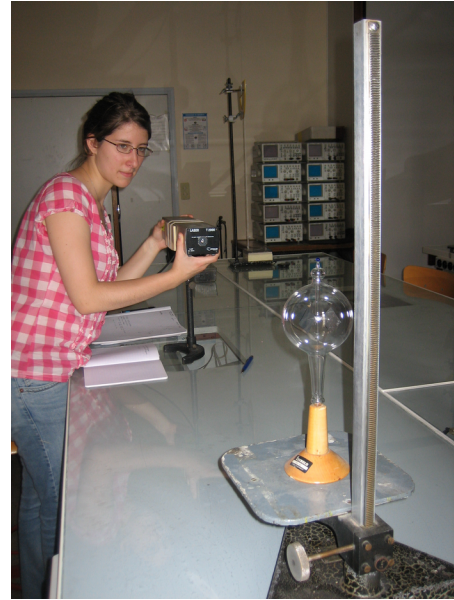
#### II. 1. a. Radiomètre de Crookes

Le radiomètre de Crookes est un petit moulin tournant sous l'action de la lumière. Ses faces sont peintes en noir d'un côté, en blanc de l'autre.



*Côté noir* : les photons sont absorbés, ils transmettent une fois leur quantité de mouvement.

*Côté brillant* : les photons sont réfléchis, ils transmettent deux fois leur quantité de mouvement.



*Théoriquement* : les faces blanches devraient être poussées

*Pratiquement* : sous l'action directe du soleil, ce sont les faces noires qui sont poussées

#### Expérience :

##### Force d'agitation thermique

$$F_{ag} = \Delta P \cdot S_{ailettes}$$

$$F_{ag} = \frac{nR}{V} \Delta T \cdot S_{ailettes} \quad \text{air} \approx \text{gaz parfait}$$

Avec

$\left\{ \begin{array}{l} \Delta T = 0,0015 \text{ K} \\ S_{ailettes} = 0,0015 \text{ m}^2 \end{array} \right.$   
 , on obtient

$$F_{ag} = 1,34 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

##### Force de pression photonique

$$F_{photonique} = \frac{2\Phi_{laser} \cdot S_{ailettes}}{c}$$

$$\text{Or } \Phi_{laser} = \frac{\text{Puissance}_{laser}}{S_{éclairée}}$$

Avec

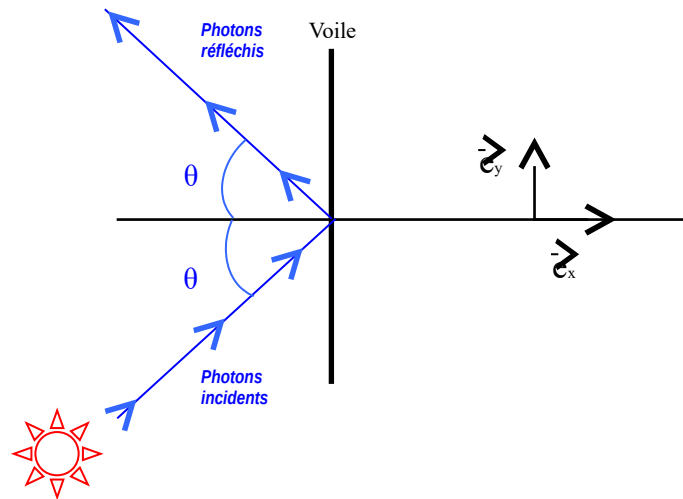
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Puissance}_{laser} = 2 \text{ mW} \\ S_{éclairée} = 0,4 \text{ cm}^2 \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} \end{array} \right.$   
 , on obtient

$$F_{photonique} = 1,33 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

⇒ L'expérience a donc mis en évidence **une différence de l'ordre de  $10^8$  N**, ce qui explique pourquoi l'expérience est un échec pour mettre en évidence la force de pression photonique.

#### II. 1. b. Tube de Crookes

## II.2. Force de pression photonique



$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\Phi_{sol}}{c} S(1+R)(\cos\theta)^2 \vec{e}_x + \frac{\Phi_{sol}}{c} S(1-R) \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \vec{e}_y$$

Idéalement,  $R=1$  et alors  $\langle \vec{F} \rangle = \frac{2\Phi_{sol}}{c} S(\cos\theta)^2 \vec{e}_x$

Comme  $\Phi_{sol} = \Phi_o \cdot \frac{D_o^2}{D^2}$ , en posant  $F_o = \frac{2 \cdot \Phi_o \cdot D_o^2}{c} = 2,04 \cdot 10^{17} \text{ N}$

On obtient donc l'expression simple suivante :

$$\vec{F} = \frac{F_o \cdot S}{D^2} \cos^2 \theta \cdot \vec{e}_x$$

- ⇒ décroît avec l'inverse du carré de la distance de la sonde au Soleil
- ⇒ proportionnelle à la surface de la voile
- ⇒ dirigée selon la normale à la voile
- ⇒ dépend de l'angle d'incidence des photons

### III. Sortir de l'influence terrestre

On se place dans le cas d'un satellite géostationnaire, avec quelques approximations :

⇒ Dans la sphère d'influence de la Terre (rayon 800 000 km) :

-  $D \approx D_0^2$

-  $F_{\text{gravitationnelle.Soleil}}$  négligée

⇒ Coins d'ombre de la Terre négligés

⇒ Voile orientée telle que  $F_{\text{pression.photonique}}$  soit dirigée selon  $u_\theta$

⇒ Incidence normale des photons

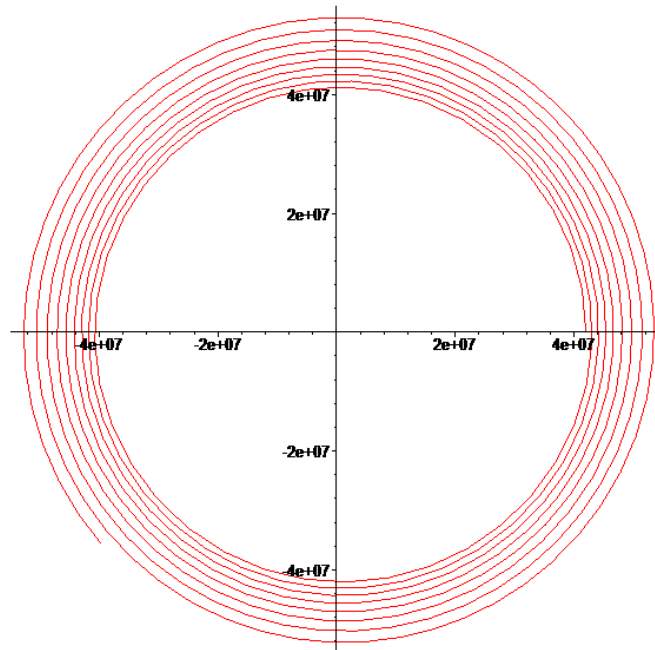
Objectif : prendre la force de pression photonique maximale que l'on peut obtenir.

#### III.1. Pression photonique seule

Problématique : Peut-on sortir de la sphère d'influence de la Terre en ne communiquant aucune vitesse initiale à notre satellite géostationnaire ?

Par une résolution numérique sur Maple, nous résolvons le système de deux équations ci-dessous, que nous fournit le principe fondamental de la dynamique :

$$\begin{cases} m \cdot \left[ -r \cdot \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{d^2 r}{dt^2} \right] = -\frac{G \cdot M_t \cdot m}{r^2} \\ m \cdot \left[ 2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} + r \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] = F_\theta = F_0 \cdot \frac{S}{D_0^2} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Nous choisissons :} \\ \mathbf{S = 500 \text{ m}^2, m = 10 \text{ kg.}} \end{array}$$



La trajectoire obtenue est une spirale grandissante vers l'extérieur.

**Nombre de jours pour sortir de la sphère d'influence de la Terre : 67**

⇒ *Conclusion* : même si le voilier solaire permet d'échapper à l'attraction terrestre moins rapidement qu'une sonde classique (7 jours), cette technique reste beaucoup moins coûteuse.

### III.2. Comparaisons entre un voilier solaire et une sonde « classique »

#### Sonde classique

$$\begin{cases} m \cdot [-r \cdot (\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{d^2 r}{dt^2}] = \frac{-G \cdot M_t \cdot m}{r^2} \\ m \cdot [2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} + r \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2}] = 0 \end{cases}$$

#### Voilier solaire

$$\begin{cases} m \cdot [-r \cdot (\frac{d\theta}{dt})^2 + \frac{d^2 r}{dt^2}] = \frac{-G \cdot M_t \cdot m}{r^2} \\ m \cdot [2 \cdot \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} + r \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2}] = \frac{F_{O.S}}{D_o^2} \end{cases}$$

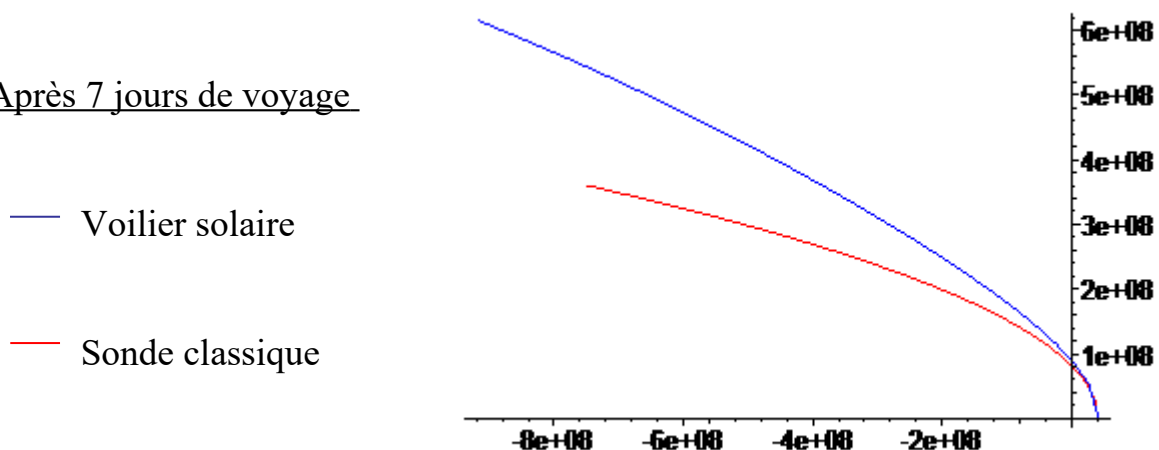
Dans chacun des cas, on confère au satellite géostationnaire une vitesse initiale égale à la vitesse de libération, 4400 m.s<sup>-1</sup>.

#### Résolution numérique sur Maple :

sol := dsolve(union({eqns}, {r(0) = 42E6, theta(0) = 0, (D(r))(0) = 0, (D(theta))(0) =  $\frac{V_{libération}}{r(0)}$ }), {r(t), theta(t)}, numeric):

	Sonde classique	Voilier solaire
Distance à la Terre après 7 jours de voyage (km)	831 000	1 080 000
Nombre de jours pour sortir de la sphère d'influence de la Terre	7	5
Norme de la vitesse au bout de 7 jours	982 m.s <sup>-1</sup>	1601 m.s <sup>-1</sup>

Après 7 jours de voyage



⇒ Le voilier solaire permet de sortir plus rapidement de la sphère d'influence de la Terre.

## IV. Partir à l'infini

### IV.1. Dimensionnement surface/masse du voilier

Pour rendre la force gravitationnelle du Soleil et la force de pression photonique équivalente, il faut que :  $G \frac{Ms.m}{r^2} = \frac{F_o.S}{r^2}$  c'est-à-dire,  $\frac{S}{m} \approx 650 \text{ m}^2.\text{kg}^{-1}$

⇒ Pour  $m=10 \text{ kg}$ , cela voudrait dire que  $S = 6500 \text{ m}^2$ .

	m (kg)	S (m <sup>2</sup> )	$\frac{S}{m}$ (m <sup>2</sup> .kg <sup>-1</sup> )
Cosmos-1	110	600	5,5
Ikaros	315	200	0,6

⇒ Ce rapport de  $650 \text{ m}^2.\text{kg}^{-1}$  semble impossible à réaliser.

### IV.2. Comparaisons entre un voilier solaire et une sonde « classique »

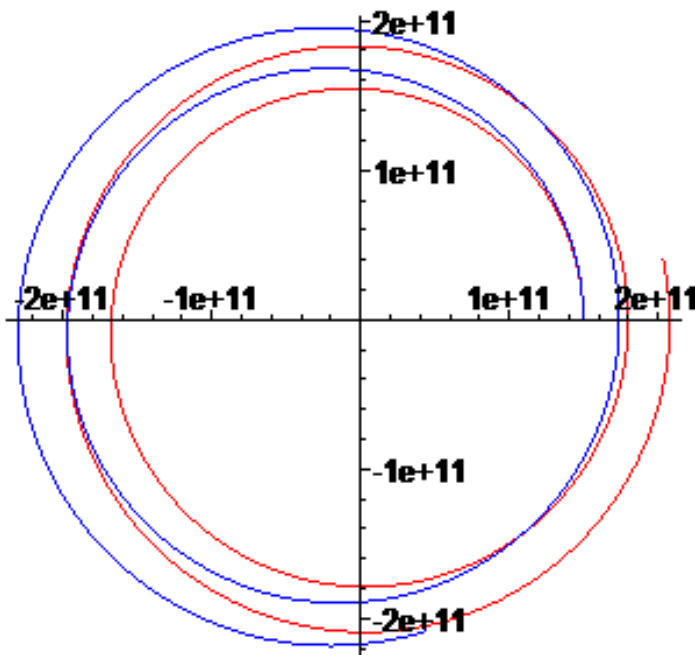
- référentiel héliocentrique (Soleil,  $e_x, e_y$ )
- $(x_0, y_0) = (1 \text{ u.a.}, 0)$
- $M_n = (x_n, y_n), \frac{dM_n}{dt} = (u_n, v_n)$
- $(u_0, v_0) = (0, 29.8 \text{ km.s}^{-1})$

Nous utilisons un mode de résolution point par point, en assimilant la dérivée à la différentielle :

$$\begin{cases} m \frac{dx_n}{dt} = u_n = -\frac{GM_s m}{x_n^2 + y_n^2} \cos(\alpha) + F_o S \cos(\alpha) \\ m \frac{dy_n}{dt} = v_n = -\frac{GM_s m}{x_n^2 + y_n^2} \sin(\alpha) + F_o S \sin(\alpha) \\ \frac{dx_n}{dt} = u_n \\ \frac{dy_n}{dt} = v_n \end{cases}$$

Avec un pas  $dt = 1 \text{ jour}$

On obtient, au bout de 1000 jours la trajectoire suivante :



	Sonde classique	Voilier solaire
Distance au Soleil au bout de 1000 jours (u.a.)	1,3853	1,4253

(Mars : 1,52 u.a.)

**Conclusion :**

## Inconvénients

- ⇒ Plus d'effet à grande distance (décroissance en  $\frac{1}{D^2}$ )
- ⇒ Problème du rapport surface/masse, le rapport  $\frac{S}{m} = 50m^2.kg^{-1}$  pris ne semble pas réaliste

## Avantages

- ⇒ **Plus écologique** : moins de carburant
- ⇒ **Plus économique** : pas de coût de carburant
- ⇒ Peut être utilisé en tant que **correcteur de trajectoire** dans les vols interplanétaires, lors des stratégies de vol

⇒ Domaine en voie d'exploration, dont le potentiel est encore à exploiter  
Le Japon, ayant envoyé et déployé avec succès la première voile solaire dans l'espace, mettra peut-être en évidence les avantages et inconvénients concrets du voilier solaire.

## Sources :

- Conférence de l'U3P le 15 janvier 2010 à Triel-sur-Seine
- High performance solar sails for linear trajectories and heliostationary missions, I. DANDOURAS, B. PIRARD, J.Y. PRADO, 2002
- <http://www.u3p.net/>
- article de la BBC sur la voile IKAROS (11 juin 2010) : [http://news.bbc.co.uk/2/hi/science\\_and\\_environment/10293284.stm](http://news.bbc.co.uk/2/hi/science_and_environment/10293284.stm)
- Un grand merci aux membres de l'U3P pour leur soutien et leurs encouragements